

תלמידים יקרים!

מועד הבחינות קרב ובא. הספר שלפניכם מכיל 26 מבחנים, הכתובים במתכונת בחינת הבגרות על פי **תכנית ההיבחנות החדשה** שפרסם משרד החינוך ומותאמים לתכנית הלימודים במתמטיקה כפי שפרסם משרד החינוך.

מבנה הספר: בספר 26 בחינות. כל הבחינות מותאמות לתכנית הלימודים ומתרגלות את החומר על היבטיו השונים. 20 הבחינות הראשונות כוללות פתרונות מלאים ומפורטים, 6 המבחנים האחרונים כוללים פתרונות סופיים, הפתרונות המלאים מופיעים באתר רכס. בנוסף תמצאו בספר נוהלי כתיבת מבחן ושגיאות אופיניות, נוסחאון ל-5 יח"ל ונוסחאות נוספות בטריגונומטריה.

הפתרונות בספר מפורטים וכוללים נוסחאות, משפטים והסברים מלאים.

מבנה הבחינה: כל בחינה היא סימולציה של הבחינה האמיתית וכוללת את מניין השאלות והנושאים כפי שיופיעו בבחינת הבגרות. רמת הבחינות משתנה מבחינה לבחינה, כדי לזמן התנסות בפתרון תרגילים ובעיות בדרגות קושי שונות.

בכל בחינה שלושה פרקים. בתחילת כל פרק מופיע מידע על אפשרות הבחירה בתוך הפרק.

הנחיות לתלמידים לפתרון הבחינה:

- 1) מומלץ לנסות לפתור את כל השאלות (ללא בחירה) בכל בחינה מתוך 20 המבחנים הראשונים. כאשר נתקלים בקושי, אפשר להיעזר בפתרונות המלאים והמפורטים. בדרך זו מובטחת התנסות בכל החומר הנדרש לבחינה, על כל היבטיו.
- 2) מומלץ להתחיל לפתור את התרגילים בנושאים המוכרים לכם יותר. אם אתם נתקבלים בבעיה, נסו שוב לפתור את הבעיה ובמידת הצורך, בדקו את פתרונה.
- 3) לקראת סיום ההכנה למבחן, כדאי לתרגל ולפתור תרגילים ברצף, במתכונת בחינת הבגרות ולהקפיד על מסגרת הזמן המוקצב לבחינה.
- 4) פתור באופן מלא את 6 המבחנים האחרונים. בדוק תשובותיך ובמידת הצורך פנה לאתר רכס: www.reches.co.il לקבלת הפתרונות המלאים.
- 5) יש להקפיד על כתיבה מתמטית מדויקת בתוספת הסברים ונימוקים על-פי הצורך.
- 6) מומלץ לקרוא את כל השאלה ולשים לב לכל הנתונים לפני שמתחילים לפתור.
- 7) מומלץ להיעזר בטבלאות ובסרטוטים במידת הצורך.
- 8) עם סיום הבחינה, חשוב לבדוק את עצמכם: לקרוא שוב את התשובות לשאלות ולבדוק שלא שכחתם כלום ושלא נפלו טעויות.
- 9) כדאי להדגיש ב"מרקר" או למסגר תשובות סופיות.

אני מאחלת לכם הצלחה בבחינת הבגרות ומקווה שהספר יהיה לכם לעזר ויסייע לכל המשתמשים בו להצליח בבחינות.

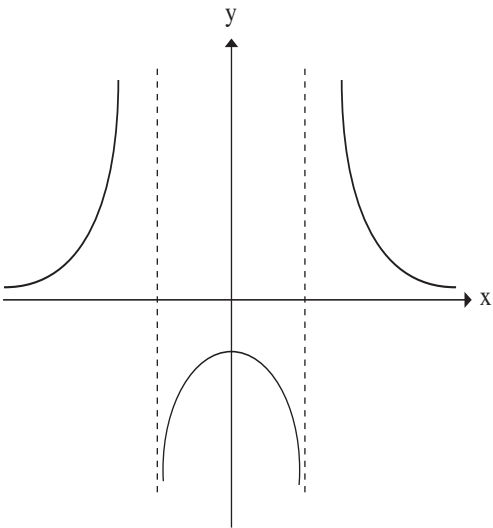
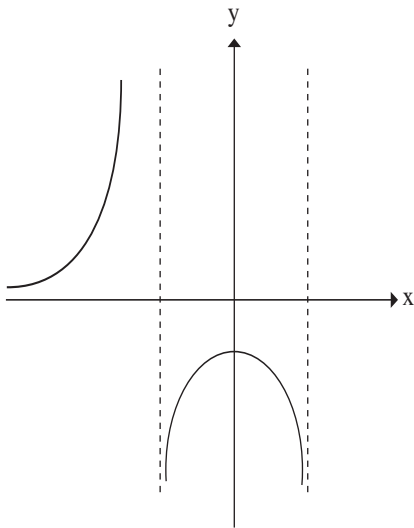
בהצלחה,

יפה חן

נוהלי כתיבת מבחן הבגרות ושגיאות אופייניות

בהסתמך על בדיקת מבחני הבגרות במועדים קודמים, להלן כמה נקודות ונוהלים לכתיבת מבחן הבגרות במתמטיקה. תחילה יש להקפיד על כתיבת התשובות בשפה מתמטית ובניסוח ברור. יש לכתוב תשובות מלאות ומנומקות.

הנושא	חשוב לזכור
בעיות	הגדרת המשתנים בצורה ברורה. הקפדה על יחידות מידה. אין להסתפק במציאת ערך המשתנים, יש לתת תשובה מילולית בהתאם לשאלה.
כללי	בכתיבה של מגוון אפשרויות לפתרון של תרגיל שחלקן נכונות וחלקן שגויות - התשובה לא תתקבל. יש להקפיד על מחיקת פתרונות שגויים. במקרה של הוספת קווי עזר ו/או אותיות נוספות לסרטוט הנתון בשאלה, יש להעתיק את הסרטוט למחברת הבחינה. יש לציין את המשולש שאליו מתייחסים בכל שלב בפתרון.
טריגונומטריה	נימוק קצר וברור בשימוש במשפטים ובחישובים שונים כולל חישובי זוויות. ההתייחסות לזווית הנדרשת בפתרון בעיות במישור ובמרחב חייבת להיות חד משמעית וברורה לקורא התשובה. בשימוש במשפט הסינוסים והקוסינוסים, אם יש כמה תשובות אפשריות יש לרשום את כולן. אם יש נימוק לפסילת אחת מהתשובות יש לרשום אותו.

חשוב לזכור	הנושא
<p>פונקציות המוגדרות בתחום סגור. יש לבדוק את ערכי הפונקציה בקצוות הקטע, להתייחס לסוג הקיצון בקצה ולקבוע אם הוא מקומי או מוחלט.</p> <p>בציון הנגזרת השנייה של פונקציית מנה אין להתעלם מהמכנה. אם גוזרים רק את המונה לצורך קביעת סוג הנקודות ה"חשודות" יש לסמן זאת באופן ברור כגון: $y'' =$ סימן בלבד.</p> <p>ברישום תחומי עלייה וירידה ותחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, יש לשקף תחום הגדרה ואת קיומה של אסימפטוטה אנכית.</p> <p>נקודת קיצון: יש למצוא את שיעור y בנקודה ולרשום זאת כזוג סדור (x, y).</p>	<p>חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי</p>
<p>בסרטוט גרף יש "נטייה" לשכוח ענף:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>כן</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>לא</p>  </div> </div> <p>בחישוב שטח באמצעות אינטגרל יש להקפיד על רישום נכון, כלומר, $\int_a^b f(x) dx$ כאשר $a < b$ ואין לשכוח "dx".</p>	
<p>בשאלות בגיאומטריה יש לנמק כל שלב בפתרון ע"י ניסוח מדויק של המשפט הגיאומטרי המתאים. משפטים ידועים בלבד ניתנים לציטוט ע"י ציון שמם.</p>	<p>גיאומטריה</p>

מבחנים



פרק ראשון: אלגברה והסתברות

פתור שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שאלה 1

על כל אחד משני חרטים הוטל לעבד חלקי חילוף מאותו סוג. חרט א החל בעבודה מיד וסיימה בשמונה שעות. חרט ב החל בעבודה יותר משעתיים לאחר חרט א וסיים אותה שלוש שעות לפניו. שעה לאחר שחרט ב החל בעבודתו, היה מספר חלקי החילוף שהכין חרט ב שווה למספר חלקי החילוף שהכין חרט א מתחילת עבודתו עד אותו רגע.

בכמה שעות ביצע חרט ב את עבודתו?

שאלה 2

א. נתון שבסדרה הנדסית אינסופית יורדת $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

שכל אבריה חיוביים מתקיים: $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots = 13$

$a_3 + a_7 + a_{11} + a_{15} + \dots = 4$

1. מצא את מנת הסדרה.

2. סכום סדרה אינסופית אחרת שיש לה אותו איבר ראשון a_1 , הוא 26. מצא את מנת סדרה זו.

ב. סדרה a_n מוגדרת על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 4n - 1 \\ a_1 = 2 \end{cases}$$

סדרה b_n מוגדרת לכל n טבעי על ידי: $b_n = 2n^2 + n - 1 - a_n$

1. הוכח כי b_n היא סדרה חשבונית.

2. מצא נוסחה לסדרה b_n ולסדרה a_n כפונקציה של n .

אין קשר בין הסעיפים.

שאלה 3

נתונה חפיסת קלפים ובה 8 קלפים ממוספרים מ-1 עד 8.

- א. מוציאים באקראי קלף אחד מהחפיסה. מחזירים אותו ומוציאים שוב באקראי קלף אחד.
- מה ההסתברות שסכום המספרים הרשומים על שני הקלפים שמוציאים יהיה 14?
 - ידוע כי סכום המספרים הרשומים על שני הקלפים הוא 14. מה ההסתברות שעל שני הקלפים רשום מספר זהה?
- ב. חוזרים n פעמים על תהליך ההוצאה שבסעיף א.
- הבע באמצעות n את ההסתברות:
- להוציא לכל היותר פעם אחת שני קלפים שסכום המספרים הרשומים עליהם הוא 14.
 - להוציא לפחות פעם אחת שני קלפים שסכום המספרים הרשומים עליהם 14.

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פתור אחת מהשאלות 4-5 (לכל שאלה - 20 נקודות).

שאלה 4

המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB=AC$).

הנקודות K ו-P נמצאות על הצלעות AB ו-AC כך ש: $KB = \frac{1}{2}AK$, $AP = PC$.

המשך הקטע PK חותך את המשך הבסיס BC בנקודה N (ראה ציור).

Q נקודה על PC.

נתון: $PK \parallel QB$

הוכח:

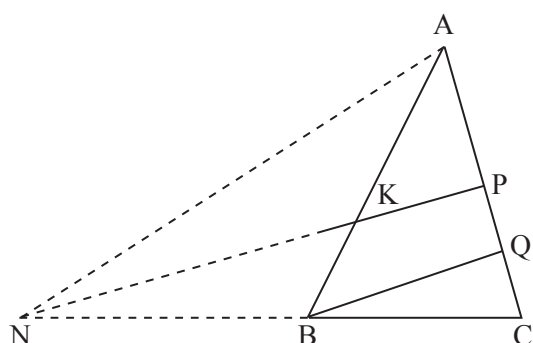
א. $AP = \frac{2}{3}AQ$

ב. $PQ = QC$

ג. $BC = BN$

ד. חשב את היחס בין שטח הטרפז $KPQB$

לשטח המשולש NKB .





כך ש-DC הוא קוטר. M נקודת מפגש האלכסונים,

AE הוא גובה הטרפז, $\angle ADC = \alpha$.

- א. 1. הסבר מדוע הטרפז הוא שווה שוקיים.
2. הסבר מדוע $\angle MDC = \angle MCD$, $AE \parallel MO$.
- ב. 1. הבע באמצעות R ו- α את גובה הטרפז AE ואת הקטע MO .
2. הבע את היחס $AE : MO$ באמצעות α .
3. המשיך הקטע MO חותך את הבסיס הקטן בנקודה F הוכח: $FM : MO = -\cos 2\alpha$
4. חשב את היחס $FM : MO$ אם נתון $\alpha = 60^\circ$ והסבר מהי המשמעות הגיאומטרית של הנקודה M ביחס למשולש AOB .

פתור שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).

שאלה 6

נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - \frac{x-a}{x^2-bx-3}$

לפונקציה זו יש אסימפטוטה יחידה המקבילה לציר ה- y , והיא $x = -1$.

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = -2$ יוצר זווית בת 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

- א. מצא את a ואת b.
- ב. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, אסימפטוטות מקבילות לצירים ונקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ ושרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.
- ה. חשב את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ הצירים והישר $x = 2$. נמק!

שאלה 7

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sin x}{a - \cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

המשיק בנקודה שבה $x = \frac{5}{3}\pi$ מקביל לציר ה- x .

- מצא את a .
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים, נקודות הקיצון ונקודות הפיתול.
- מצא תחומי קעירות כלפי מעלה \cup ותחומי קעירות כלפי מטה \cap .
- הוכח כי $f(x)$ היא פונקציה איזוגית.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$. ציין ערכים על ציר ה- x .
- עבור אילו ערכים של m למשוואה $f(x) = m$ אין פתרון.

שאלה 8

הגרפים של הפונקציות $g(x) = \sqrt{x+a}$

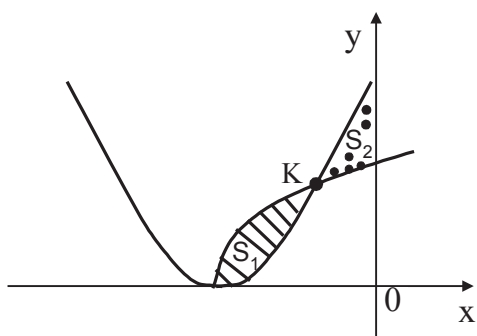
ו- $f(x) = (x+a)^2$ נפגשים בשתי נקודות (ראה ציור).

נסמן ב- K את הנקודה הקרובה לראשית הצירים.

S_1 הוא השטח המוגבל על-ידי הגרפים של שתי הפונקציות (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על-ידי הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- y (השטח המנוקד בציור).

- מצא את שיעורי ה- x של הנקודה K .
- חשב את S_1 והראה כי אינו תלוי ב- a .
- חשב את הערך של a שעבורו S_2 הוא מינימלי.
- נגדיר פונקציה חדשה: $h(x) = g(x) \cdot f(x)$, $a > 0$. מצא את תחומי העליה והירידה של $h(x)$.



בהצלחה!



פרק ראשון: אלגברה והסתברות

פתור שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שאלה 1

מכל מים מתמלא על-ידי שני ברזים. הזמן הדרוש לברז א למלא את המכל לכדי מהווה $\frac{3}{5}$ מהזמן הדרוש לברז ב. בתחילת היום, כאשר המכל היה ריק, פתחו את שני הברזים. לאחר 5 שעות נסגר ברז א עקב תקלה, תוקן, ונפתח שוב שעה אחת לפני שהמכל התמלא. בשל התקלה התמלא המכל שעתיים וחצי לאחר הזמן שתוכנן מראש.

- בכמה שעות ממלא כל אחד מהברזים לבדו את המכל?
- בכמה שעות ממלאים שני הברזים את המכל כאשר אין תקלות?

שאלה 2

א. נתונה הסדרה: $1, -4, 7, -10, 13, -16, \dots$

האיברים העומדים במקומות הזוגיים או במקומות האיזוגיים מהווים סדרה חשבונית.

1. הבע באמצעות n את סכום $2n$ האיברים הראשונים של הסדרה.

2. נתון כי סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה הנתונה הוא -90 .

מצא את סכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים.

ב. סדרה מוגדרת לכל n טבעי באמצעות כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$$

1. הוכח כי הסדרה המוגדרת על ידי הכלל: $b_n = a_n + 1$, היא סדרה הנדסית.

2. מצא נוסחה ל- a_n כפונקציה של n בלבד.

3. נתון כי $a_n = 767$. מצא את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n .

אין קשר בין הסעיפים.

שאלה 3

בכד יש 3 כדורים אדומים, כדור אחד צהוב והשאר שחורים.

אם מוציאים מהכד כדור אדום זוכים ב-100 ש"ח.

אם מוציאים כדור שחור זוכים ב-50 ש"ח,

ואם מוציאים כדור צהוב לא זוכים כלל.

נדב משחק פעמיים, לאחר כל הוצאה הוא מחזיר את הכדור לכד.

ההסתברות של נדב לזכות ב-50 ש"ח בדיוק היא: $\frac{3}{25}$.

א. מצא כמה כדורים בכד.

ב. מה ההסתברות של נדב לזכות לפחות ב-150 ש"ח?

ג. אם ידוע כי נדב זכה ב-150 ש"ח לפחות,

מה ההסתברות שבהוצאה ראשונה זכה ב-50 ש"ח?

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פתור אחת מהשאלות 4-5 (לכל שאלה - 20 נקודות).

שאלה 4

המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

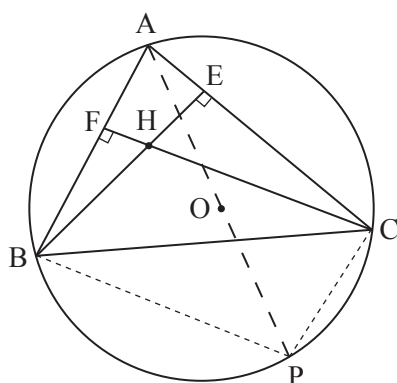
המשך הקטע AO חותך את המעגל בנקודה P.

הנקודה H היא מפגש הגבהים במשולש ABC.

א. הוכח כי המרובע BHCP הוא מקבילית.

ב. הוכח כי ניתן לחסום את המרובע AFHE במעגל

והסבר היכן נמצא מרכז מעגל זה.



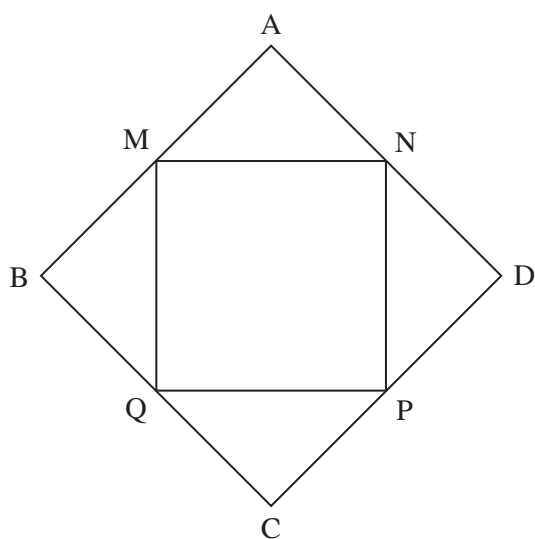
שאלה 5

בתוך מעוין ABCD חסום ריבוע MNPQ, צלעות הריבוע מקבילות לאלכסוני המעוין.

נתון כי הזווית החדה של המעוין היא α .

א. הבע באמצעות α את היחס בין שטח המעוין לשטח הריבוע.

ב. נתון כי שטח המעוין גדול פי 3 משטח הריבוע. חשב את α .



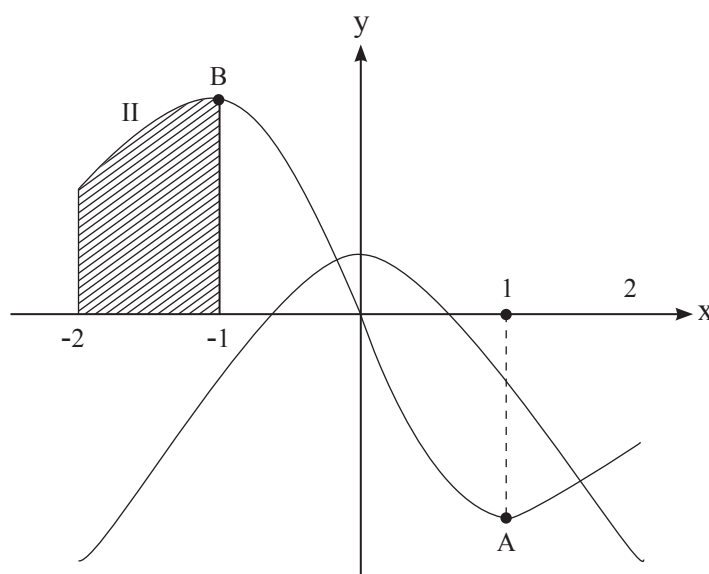
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות

פתור שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).

שאלה 6

נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x - x^2$ בתחום $-2 \leq x \leq 2$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים של $f(x)$ ו- $f'(x)$.



היעזר בציור ובנתונים הרשומים עליו וענה על הסעיפים הבאים:

- א. איזה גרף I או II הוא של הפונקציה $f(x)$ ואיזה גרף הוא של $f'(x)$? נמק!
- ב. חשב את שיעורי הנקודות A, B, C ו- D וקבע מה הוא המקסימום המוחלט של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל $f'(x)$ בתחום $-2 \leq x \leq 2$.
- ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה II ברביע השני בתחום $-2 \leq x \leq -1$ וציר ה- x (השטח הצבוע בציור).
- ד. הוכח כי הנגזרת השנייה של הפונקציה היא: $f''(x) = -4\cos 2x - 2$.
- ה. מצא את נקודות הקיצון של $f''(x)$ בתחום $-2 \leq x \leq 2$.
- ו. הוסף לשרטוט הנתון את הגרף של $f''(x)$.
- ז. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $f''(x)$ בתחום הנתון? נמק!
- ח. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $f''(x)$ בתחום $-2 \leq x \leq -1$.

שאלה 7

הפונקציה $y = \frac{ax-b}{x^2-cx-b^2}$ לא מוגדרת כאשר $x = b$ ($b \neq 0$) אך הישר $x = b$ לא אסימפטוטה לגרף הפונקציה.

- א. מצא את a ו- c .
- ב. דרך נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y מעבירים משיק לגרף הפונקציה. הבע את משוואת המשיק באמצעות b .
- ג. המשיק שמצאת בסעיף ב יוצר עם הצירים משולש. חשב את שטח המשולש והראה שאינו תלוי בערכו של b .
- ד. 1. נתון כי $b > 0$ מצא תחומי עלייה ותחומי ירידה ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
2. השטח הכלוא בין גרף הפונקציה לבין ציר ה- x בתחום $b \leq x \leq 4b$ מסתובב סביב ציר ה- x . הבע באמצעות b את נפח גוף הסיבוב שהתקבל.

שאלה 8

נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \sin x + 2$

בנקודה $x = 0$ ובנקודה $x = \pi$, שעל גרף הפונקציה, העבירו משיקים לפונקציה.

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך שבין שני משיקים אלה.

ב. מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה ועל-ידי שני המשיקים שמצאת בסעיף א.

ג. השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x וציר ה- y מסתובב סביב ציר ה- x .

חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

בהצלחה!



פרק ראשון: אלגברה והסתברות

פתור שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שאלה 1

המרחק מנתניה לתל-אביב הוא 40 ק"מ. בבוקר יצאה מכונית א עם דברי דואר מנתניה לכיוון תל-אביב. כעבור 20 דקות יצאה אחריה מכונית ב מנתניה במהירות 45 קמ"ש, כדי להוסיף חבילה עם דברי דואר שנשכחה. היא הדביקה את מכונית א וחזרה מיד לנתניה. ברגע שעברה את מחצית הדרך ממקום הפגישה עם מכונית א לנתניה, הגיעה מכונית א לתל-אביב. מהירות המכוניות לא השתנתה במהלך הנסיעה. מצא את מהירות מכונית א.

שאלה 2

א. האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 2 והפרשה 3. מצא כמה איברים בסדרה אם ידוע כי הממוצע החשבוני של כל איברי הסדרה הוא 14.
ב. נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי באמצעות הכלל:

$$a_n = 5 \cdot 2^n + R_n + 3$$

$$R_n = 3 + 6 + 12 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1}$$

1. מצא נוסחה ל- a_n באמצעות n בלבד.
 2. מצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.
 3. מצא את a_n אם נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא 496.
- אין קשר בין הסעיפים.